

## KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Oleh: Almira Amir<sup>1</sup>

### ABSTRAK

Mathematics as the basis of all fields of science, it is very important to learn and is a science that underlies the development of science and technology. The general purpose of learning to use such mathematical reasoning on the pattern and nature, and communicate ideas with symbols, tables, diagrams, or other media to clarify the situation or problem. Of the mathematics learning objectives clear that, some math skills that should be possessed and achieved by students include reasoning and communication. Reasoning and communication is very close to the mathematical characteristics. Reasoning and communication is one of the main aspects of assessment in mathematics. In order to improve the ability of reasoning and communication students in math, the teacher acts as a "filter" and the teacher can give in a variety of mathematical tasks. If students are able to communicate his ideas mean reasoning ability has been formed.

### PENDAHULUAN

Matematika sebagai ilmu dasar dari segala bidang, merupakan hal yang sangat penting untuk dipelajari dan merupakan ilmu yang mendasari perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Oleh sebab itu matematika perlu diajarkan mulai dari tingkat dasar sampai tingkat perguruan tinggi. Menghadapi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang begitu pesat saat ini, diperlukan sumber daya manusia yang handal dan mampu berkompetisi secara global. Kompetisi akan menjadi prinsip hidup dalam suatu masyarakat, karena keadaan dunia yang terbuka dan bersaing untuk mengejar kualitas dan keunggulan. Kesemuanya ini menuntut setiap insan memerlukan kemampuan berpikir dan komunikasi. Kemampuan manusia beradaptasi dilandasi oleh kemampuan berpikirnya yang melahirkan teknologi dan bentuk kehidupan sosial budayanya.<sup>2</sup>

Pengembangan sumber daya manusia saat ini harus di titik beratkan pada kemampuan berpikir dan komunikasi. Menurut Gosev dan Safuanov (dalam Dahlan), bahwa dalam suatu proses kegiatan berpikir memerlukan pemahaman terhadap masalah yang berhubungan dengan materi yang sedang dipikirkan, kemampuan dalam

---

<sup>1</sup> Penulis adalah Dosen Tetap Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan IAIN Padangsidempuan

<sup>2</sup> Rustaman, N. *Kemampuan Klasifikasi Logis Anak (Studi Tentang Kemampuan Abstraksi dan Inferensi Anak Usia Sekolah Dasar pada Kelompok Bahasa Sunda)*. Disertasi PPS IKIP Bandung : Tidak dipublikasikan, 1990), hlm. 1

bernalar (*reason*), kemampuan intelektual, kemampuan komunikasi, imajinasi, dan keluwesan (fleksibilitas) dari pikiran yang merentang ke dalam hasil pemikiran<sup>3</sup>.

Tujuan umum pembelajaran matematika yang dirumuskan oleh NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) yang dikenal dengan kemampuan matematis (*mathematical power*) yaitu: 1) Kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), 2) Kemampuan penalaran (*reasoning*), 3) Kemampuan berkomunikasi (*communication*), 4) Kemampuan membuat koneksi (*connection*), 5) Kemampuan representasi (*representation*).<sup>4</sup>

Tujuan tersebut juga sejalan dengan tujuan pembelajaran matematika yang tercantum dalam KTSP tahun 2006 yaitu :

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah,
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika,
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh,
4. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan yaitu rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.<sup>5</sup>

Beberapa keterampilan matematika yang harus dimiliki dan dicapai oleh siswa diantaranya adalah penalaran dan komunikasi. Penalaran dan komunikasi sangat dekat dengan karakteristik matematika. Penalaran (*reasoning*) adalah suatu proses yang dilakukan untuk mencapai kesimpulan yang logis berdasarkan ilmu pengetahuan yang berkaitan dengan fakta ut serta berbagai sumber yang relevan. Aktivitas bernalar harus dilakukan oleh para siswa, jika mereka tidak melakukan aktivitas berpikir ketika belajar maka apa yang mereka peroleh hanya sekedar hafalan dan tidak memahami inti ataupun konsep dari materi yang telah dipelajari. Dengan adanya aktivitas penalaran ketika belajar, maka siswa akan mendapatkan suatu kesimpulan yang benar mengenai materi yang dipelajari karena sudah melalui proses berpikir yang logis ketika belajar.

Kemampuan lain yang harus dicapai oleh siswa dalam pembelajaran matematika adalah komunikasi matematis. Kemampuan komunikasi matematis merupakan kesanggupan/kecakapan seorang siswa untuk dapat menyatakan dan menafsirkan gagasan matematika secara lisan, tertulis, atau mendemonstrasikan apa

---

<sup>3</sup> Dahlan, J.A. *Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Matematik Siswa Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Melalui Pendekatan Pembelajaran Open-Ended*. Disertasi UPI Bandung : Tidak dipublikasikan, 2004), hlm. 2

<sup>4</sup> National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics* (Reston, VA: NCTM, 1989)

<sup>5</sup> Depdiknas. Panduan KTSP 2006 (Jakarta:BNSP, 2006)

yang ada dalam soal matematika<sup>6</sup>. Komunikasi matematis merupakan kemampuan siswa dalam menyampaikan ide-ide atau gagasan matematika yang telah dipelajarinya. Komunikasi matematis merupakan hal penting yang harus dicapai dalam proses pembelajaran matematika.

Namun, realitas saat ini menunjukkan bahwa kemampuan penalaran dan komunikasi siswa yang dapat ditunjukkan dalam hasil belajar matematika yang masih rendah. Kondisi ini masih dilihat dari capaian hasil belajar yang digambarkan secara kuantitatif, belum dilihat secara spesifik pencapaian kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa. Pada tingkat Internasional laporan TIMSS (*Trends International Mathematics Science Study*) tahun 2007, Indonesia berada pada urutan ke 36 dari 48 negara. Salah satu yang menyebabkan hal tersebut adalah proses pelaksanaan pembelajaran yang masih berpusat pada guru, sehingga siswa menjadi pasif dan hanya mencatat pelajaran yang diberikan oleh guru.

Sebagaimana yang dikemukakan oleh Slameto, bahwa agar siswa dapat belajar dengan baik maka metode mengajar harus diusahakan dengan tepat, seefisien dan seefektif mungkin. Karena betapapun tepatnya bahan ajar matematika yang telah ditetapkan, itu belum menjamin tercapainya tujuan pendidikan.<sup>7</sup>

## PEMBAHASAN

### 2.1. Hakikat Pembelajaran Matematika

#### A. Belajar

Adapun Menurut Ausubel (dalam Asep Jihad) belajar dapat diklasifikasikan ke dalam dua dimensi. Dimensi pertama berhubungan dengan cara informasi atau materi pelajaran disajikan kepada siswa melalui penerimaan atau penemuan. Dimensi kedua menyangkut cara bagaimana siswa mengaitkan informasi itu pada struktur kognitif yang sudah ada. Adapun struktur kognitif adalah fakta-fakta, konsep-konsep dan generalisasi-generalisasi yang telah dipelajari dan diingat oleh siswa.<sup>8</sup>

Menurut Coob (dalam Erman) menguraikan bahwa, belajar matematika dipandang sebagai proses aktif dan konstruktif dimana siswa mencoba menyelesaikan masalah yang muncul sebagaimana mereka berpartisipasi secara aktif dalam latihan matematika di kelas.<sup>9</sup> Hal tersebut berarti di dalam mempelajari matematika hendaknya peserta didik aktif dalam menyelesaikan

---

<sup>6</sup> *Op. Cit.*, hlm. 24

<sup>7</sup> Slameto, *Belajar dan Faktor-Faktor Yang mempengaruhinya* (Jakarta : Rineka, 2003) hlm.65

<sup>8</sup> Asep, Jihad. *Evaluasi Pembelajaran* (Jakarta: Multi Press, 2008), hlm.2

<sup>9</sup> Erman, Suherman. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer* ( Bandung: JICA 2001), hlm. 72

berbagai soal latihan matematika di kelas sebab dengan demikian maka kemampuan pemahaman peserta didik akan dapat ditingkatkan.

Berdasarkan beberapa pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa belajar adalah proses usaha yang dilakukan seseorang untuk memperoleh perubahan serta peningkatan kualitas dan kuantitas tingkah laku di berbagai bidang yang terjadi akibat melakukan interaksi dengan lingkungannya. Sedangkan belajar matematika adalah suatu proses perubahan sikap, pengetahuan, pemahaman, kebiasaan serta perubahan aspek-aspek yang ada dalam diri individu yang timbul akibat suatu proses aktif dalam menyelesaikan masalah yang muncul sebagaimana individu berpartisipasi secara aktif dalam latihan matematika di kelas. Perubahan sikap, pengetahuan, pemahaman serta aspek-aspek lainnya dalam diri peserta didik akan timbul dari keaktifan peserta didik dalam mempelajari konsep-konsep dan struktur-struktur matematika yang terdapat dalam materi yang dipelajari serta kemampuan untuk mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur-struktur dari materi tersebut terutama kemampuan menyelesaikan soal matematika di kelas.

## B. Pembelajaran

Pembelajaran adalah proses interaksi siswa dengan guru, siswa dengan sumber belajar pada suatu lingkungan belajar. Pembelajaran merupakan bantuan yang diberikan guru agar dapat terjadi proses pemerolehan ilmu dan pengetahuan, penguasaan kemahiran dan kebiasaan, serta pembentukan sikap dan kepercayaan pada siswa. Dengan kata lain, pembelajaran adalah proses untuk membantu siswa agar dapat belajar dengan baik. Proses pembelajaran dialami sepanjang hayat seorang manusia serta dapat berlaku di manapun dan kapanpun.

Menurut Zainal Aqib, pembelajaran adalah upaya untuk mengorganisasikan lingkungan dalam menciptakan kondisi belajar bagi para siswa. Upaya tersebut bertujuan untuk mempersiapkan peserta didik untuk menjadi warga masyarakat yang baik, sehingga dapat menghadapi kehidupan di lingkungan masyarakat.<sup>10</sup>

Berdasarkan beberapa pengertian di atas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran adalah upaya untuk mengorganisasikan lingkungan untuk menciptakan kondisi belajar bagi peserta didik, yang kegiatannya dirancang melibatkan proses mental dan fisik melalui interaksi antar peserta didik, peserta didik dengan guru, lingkungan, dan sumber belajar lainnya dalam rangka pencapaian kompetensi dasar.

## C. Matematika

Secara etimologis matematika adalah ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar.<sup>11</sup> Dalam hal ini bukan berarti ilmu lain tidak diperoleh melalui

---

<sup>10</sup> Zainal Aqib. *Profesionalisme Guru dalam Pembelajaran* (Surabaya: Insan Cendikia, 2002), hlm. 41-42

<sup>11</sup> Erman Suherman, dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. (Bandung: UPI, 2003), hlm. 16.

penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan dalam ilmu lain lebih menekankan pada hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran. Herman Hudojo menyatakan, matematika sebagai ilmu yang menelaah bentuk-bentuk atau struktur-struktur yang abstrak dan hubungan antara hal-hal itu. Objek penelaahan matematika tidak sekedar kuantitas, tetapi lebih dititik beratkan kepada hubungan, pola, bentuk dan struktur.<sup>12</sup>

Berdasarkan pengertian matematika di atas dapat disimpulkan bahwa matematika adalah ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar yang menelaah bentuk, struktur, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang abstrak yang saling berhubungan satu dengan yang lainnya.

#### D. Pembelajaran matematika

Pembelajaran matematika bagi para siswa merupakan pembentukan pola pikir dalam pemahaman suatu pengertian maupun dalam penalaran suatu hubungan diantara pengertian-pengertian itu. Dalam pembelajaran matematika, para siswa dibiasakan untuk memperoleh pemahaman melalui pengalaman tentang sifat-sifat yang dimiliki dan yang tidak dimiliki dari sekumpulan objek (abstraksi). Siswa diberi pengalaman menggunakan matematika sebagai alat untuk memahami atau menyampaikan informasi misalnya melalui persamaan-persamaan, atau tabel-tabel dalam model-model matematika yang merupakan penyederhanaan dari soal-soal cerita atau soal-soal uraian matematika lainnya

Menurut Erman Suherman, dkk, fungsi pembelajaran matematika adalah sebagai:

- a. Matematika dapat digunakan sebagai alat untuk memecahkan masalah dalam mata pelajaran lain, dalam dunia kerja atau dalam kehidupan sehari-hari. Matematika juga dapat digunakan sebagai alat untuk memahami atau menyampaikan suatu informasi.
- b. Pembelajaran matematika bagi para siswa juga merupakan pembentukan pola pikir dalam pemahaman untuk pengertian maupun dalam penalaran suatu hubungan di antara pengertian-pengertian itu.
- c. Ilmu Pengetahuan. Kita sebagai guru harus mampu menunjukkan betapa matematika selalu mencari kebenaran, dan selalu bersedia meralat kebenaran yang sementara diterima, bila ditemukan kesempatan untuk mencoba mengembangkan penemuan-penemuan sepanjang mengikuti pola pikir yang sah.<sup>13</sup>

Adapun tujuan pembelajaran matematika menurut Asep Jihad yaitu, agar siswa memiliki kemampuan dalam:

- a. Menggunakan algoritma (prosedur pekerjaan)
- b. Melakukan manipulasi secara matematika

---

<sup>12</sup> Herman Hudojo. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: UM Press, 2005), hlm. 103

<sup>13</sup> Erman Suherman, dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: UPI, 2003), hlm. 56-57

- c. Mengorganisasi data
- d. Memanfaatkan simbol, diagram dan grafik
- e. Menarik kesimpulan
- f. Membuat kalimat atau model matematika
- g. Membuat interpretasi bangun dalam bidang dan ruang
- h. Memahami pengukuran dan satuan-satuannya
- i. Menggunakan alat hitung dan alat bantu matematika.<sup>14</sup>

Berdasarkan uraian diatas dapat disimpulkan, pembelajaran matematika adalah upaya untuk mengorganisasikan lingkungan untuk menciptakan kondisi belajar bagi peserta didik, yang kegiatannya dirancang melibatkan proses mental dan fisik melalui interaksi antar peserta didik, peserta didik dengan guru, lingkungan, dan sumber belajar lainnya dalam menelaah bentuk, struktur, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang abstrak serta hubungannya, dalam rangka pencapaian kompetensi dasar.

Pusat Kurikulum Badan Penelitian dan Pengembangan Departemen Pendidikan Nasional mendeskripsikan sifat matematika dan bentuk pembelajaran yang mungkin dilaksanakan guru, sebagai berikut :<sup>15</sup>

**Tabel 2.1**  
**Deskripsi Sifat Matematika dan Bentuk pembelajaran**

Sifat Matematika	Bentuk Pembelajaran
Menggunakan cara berpikir dan bernalar berdasar pada pola dan hubungan.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memberi kesempatan menemukan dan menyelidiki pola dan mendeskripsikan serta mencatat hasil temuannya.</li> <li>2. Mendorong eksplorasi dan eksperimen (atau mencoba dengan berbagai cara).</li> <li>3. Mendorong untuk menunjukkan konsistensi dan inkonsistensi, kesamaan dan perbedaan.</li> <li>4. Membantu membuat generalisasi dari temuan.</li> </ol>
Aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi dan penemuan.	Mendorong siswa mengembangkan pemikiran divergen, orisinal dan inisiatif, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, mencoba-coba.
Sebagai cara memecahkan problem.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Memberikan problem yang menarik, mendorong untuk memecahkan problem mereka sendiri, membantu mengidentifikasi informasi yang diperlukan untuk memecahkan problem.</li> <li>2. Mendorong berpikir logis, konsisten, bekerja sistematis, dan mencatat prosedur atau cara menjawab soalnya.</li> <li>3. Mengembangkan dan menggunakan pengetahuan dan keterampilan matematika untuk memecahkan problem, membantu</li> </ol>

<sup>14</sup> Asep, Jihad. *Evaluasi Pembelajaran*. (Jakarta: Multi Press, 2008), hlm. 153

<sup>15</sup> Depdiknas. *Kurikulum Berbasis Kompetensi* (Jakarta: Pusat Kurikulum Balitbang Depdiknas, 2002), hlm. 15

	mereka mengetahui bagaimana dan kapan konsep matematika tertentu dipakai.
Sebagai alat komunikasi informasi atau ide.	Memberi kesempatan untuk menjelaskan, memberi contoh, memberi argumen. Mendorong siswa membaca atau menulis aspek matematika melalui gambar, simbol diagram, tabel, peta, kata-kata.

## 2.2. Kemampuan Penalaran dalam Pembelajaran Matematika

Kemampuan penalaran dalam matematika adalah suatu kemampuan menggunakan aturan-aturan, sifat-sifat atau logika matematika untuk mendapatkan suatu kesimpulan yang benar. Penalaran tidak terlepas dari realitas, sebab yang dipikirkan adalah realitas, yaitu hukum realitas yang sejalan dengan aturan berpikir dan dengan dasar realitas yang jelas serta menggunakan hukum-hukum berpikir.

Menurut Shurter dan Pierce dalam Sumarmo, memberikan pengertian penalaran adalah sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan.<sup>16</sup> Salah satu tujuan mata pelajaran matematika adalah agar siswa mampu melakukan penalaran.

Menurut Russeffendi, matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio (penalaran), bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi.<sup>17</sup> Matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia yang berhubungan dengan idea, proses, dan penalaran. Pada tahap awal matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris. Kemudian pengalaman itu diproses dalam dunia rasio, diolah secara analisis dengan penalaran di dalam struktur kognitif sehingga sampai terbentuk konsep-konsep matematika.

Dalam ilmu kognitif menjelaskan bidang penelitian psikologi yang mengurus proses kognitif seperti perasaan, pengingatan, penalaran, pemutusan dan pemecahan masalah. Dengan demikian, kemampuan penalaran termasuk dalam belajar kognitif. Para ahli jiwa dari aliran kognitif berpendapat bahwa tingkah laku seseorang senantiasa didasarkan pada kognisi, yaitu tindakan mengenal atau memikirkan situasi dimana tingkah laku itu terjadi. Dalam situasi belajar, seseorang terlibat langsung dalam situasi itu dan memperoleh *insight* untuk pemecahan masalah. Pada tahap berpikir operasional formal (11-15 tahun) yang disampaikan oleh Piaget bahwa struktur kognitif menjadi matang secara kualitas dan anak akan mulai menerapkan operasi secara konkret untuk semua masalah yang dihadapi di dalam kelas.

Berdasarkan ranah kognitif yang diungkapkan oleh Benyamin S. Bloom yaitu ranah yang mencakup kegiatan mental (otak), terdapat enam jenjang proses

<sup>16</sup> Sumarmo. *Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa dikaitkan dengan Kemampuan Penalaran Logik Siswa dan Beberapa Unsur Proses Belajar Mengajar*. Disertasi pada PPs UPI: tidak diterbitkan, 1987.

<sup>17</sup>Erna Suwangsih. *Model Pembelajaran Matematika* (Bandung, UPI, 2006), hlm. 3

berpikir yaitu pengetahuan atau ingatan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, dan evaluasi. Selama proses berpikir analisis, kemampuan penalaran di sini sangat diperlukan. Sebelum kegiatan analisis dilakukan, maka seseorang harus mampu mengajukan dugaan. Dengan demikian, kemampuan mengajukan dugaan merupakan salah satu indikator dari kemampuan penalaran. Kemampuan penalaran juga sangat diperlukan dalam memahami suatu konsep materi pokok. Tanpa adanya kemampuan penalaran, maka peserta didik akan mengalami kesulitan dalam menyelesaikan suatu permasalahan.

### 2.2.1. Jenis-jenis Penalaran

Dalam proses pembelajaran tertumpu pada dua macam penalaran, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif.

#### 1. Penalaran induktif

Penalaran induktif yaitu suatu aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang bersifat umum berdasarkan pada pernyataan khusus yang diketahui benar. Pembelajaran diawali dengan memberikan contoh-contoh atau kasus khusus menuju konsep atau generalisasi.

#### 2. Penalaran deduktif

Penalaran deduktif yaitu kebenaran suatu konsep atau pernyataan diperoleh sebagai akibat logis dari kebenaran sebelumnya. Proses pembuktian secara deduktif akan melibatkan teori atau rumus matematika lainnya yang sebelumnya sudah dibuktikan kebenarannya secara deduktif juga. Peserta didik sering mengalami kesulitan memahami makna matematika dalam pembelajaran dengan pendekatan deduktif. Hal ini disebabkan peserta didik baru memahami konsep atau generalisasi setelah disajikan berbagai contoh.

### 2.2.2. Indikator Penalaran Matematika

Penalaran Matematika yang mencakup kemampuan untuk berpikir secara logis dan sistematis merupakan ranah kognitif matematik yang paling tinggi.

Menurut Sumarmo (dalam Kusnandi) memberikan indikator kemampuan yang termasuk pada kemampuan penalaran matematika, yaitu sebagai berikut:

1. Membuat analogi dan generalisasi
2. Memberikan penjelasan dengan menggunakan model
3. Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematika
4. Menyusun dan menguji konjektur
5. Memeriksa validitas argument
6. Menyusun pembuktian langsung
7. Menyusun pembuktian tidak langsung
8. Memberikan contoh penyangkal



9. Mengikuti aturan inferensi<sup>18</sup>

Berikut beberapa contoh masalah yang menuntut kemampuan penalaran matematika, yaitu dengan melakukan pembuktian langsung : “Buktikan bahwa  $\sqrt{2}$  merupakan bilangan rasional”.

Bukti :

Andaikan  $\sqrt{2}$  merupakan bilangan rasional, maka  $\sqrt{2}$  dapat dituliskan  $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ , dengan  $a$  dan  $b$  bilangan bulat yang tidak memiliki faktor persekutuan. Dengan demikian,

$$2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a^2 \text{ bilangan genap, maka } a \text{ merupakan bilangan genap.}$$

Misalkan  $a = 2p$  dengan  $p$  bilangan genap, maka :

$$a^2 = (2p)^2 \Rightarrow 4p^2 = 2b^2 \Rightarrow b^2 = 2p^2, \text{ maka } b \text{ bilangan genap}$$

Dengan demikian  $a$  dan  $b$  merupakan bilangan genap. Ini menunjukkan bahwa  $a$  dan  $b$  memiliki faktor persekutuan 2. Hal ini kontradiksi dengan asumsi awal. Jadi  $\sqrt{2}$  bukan merupakan bilangan rasional.

Contoh masalah lain yang menuntut kemampuan penalaran matematika yaitu dengan memeriksa validitas argument, adalah : “Sebuah tempat makanan berbentuk prisma dengan alasnya belah ketupat dengan panjang diagonal-diagonalnya adalah 7 cm dan 14 cm. Tingginya 15 cm. Benarkah volume tempat makanan tersebut  $735 \text{ cm}^3$  ?

Penyelesaian :

Diketahui : Tempat makanan (berbentuk prisma)

Alas berbentuk belah ketupat

panjang diagonal = 7 cm dan 14 cm

t = 15 cm

Ditanya : Benarkah volume tempat makanan tersebut  $735 \text{ cm}^3$  ?

Jawab :  $V \text{ prisma} = L \text{ alas} \times \text{tinggi}$

$$= \left(\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2\right) \times t$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 14\right) \times 15$$

$$= 735 \text{ cm}^3$$

Jadi, benar volume prisma tersebut adalah  $735 \text{ cm}^3$

Penalaran merupakan salah satu tujuan dari mata pelajaran matematika. Untuk meningkatkan kemampuan tersebut, tentunya tidak terlepas dari upaya pembelajaran di sekolah. Walaupun pembelajaran di sekolah selama ini memiliki peran tinggi pada keaktifan siswa, misalnya melalui pembentukan kelompok

<sup>18</sup>Kusnandi.

[http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR.\\_PEND.\\_MATEMATIKA/196903301993031-](http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/196903301993031-KUSNANDI/Penalaran_Matematika_SMP.pdf)

[KUSNANDI/Penalaran Matematika SMP.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/196903301993031-KUSNANDI/Penalaran_Matematika_SMP.pdf). diakses pada tanggal 30 Januari 2014, jam 08.00 WIB

belajar, namun ternyata dampaknya terhadap kemampuan penalaran siswa belum terlihat.

Untuk meningkatkan kemampuan penalaran yaitu dengan perbaikan proses pembelajaran melalui penerapan strategi metakognitif. Strategi metakognitif dapat mendorong siswa untuk belajar mencari alasan terhadap solusi yang benar dan lebih mendorong siswa untuk membangun, mengkonstruksi, dan mempertahankan solusi-solusi yang argumentatif dan benar. Memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi merupakan salah satu indikator kemampuan penalaran.

Indikator-indikator kemampuan penalaran matematika juga sangat diperlukan dalam mempelajari materi pokok himpunan. Misalnya dalam pembuktian sifat-sifat operasi himpunan, peserta didik dapat menemukannya dengan pembuktian secara langsung dari contoh-contoh soal yang ada. Selain itu kemampuan mengajukan dugaan dan melakukan manipulasi matematika juga sangat diperlukan untuk dapat melakukan operasi-operasi pada himpunan baik operasi irisan, gabungan, selisih, maupun komplemen. Dengan demikian, kemampuan penalaran sangat diperlukan dalam mempelajari materi pokok himpunan.

Adapun kendala dalam penalaran matematika antara lain :<sup>19</sup>

1. Siswa kurang atau tidak dibiasakan mengemukakan gagasan.

Contoh : Guru harus dapat melatih siswa untuk mengemukakan gagasan dari suatu masalah baik lisan maupun tulisan. Dengan melatih siswa untuk mengemukakan gagasan maka siswa akan menjadi terbiasa memecahkan suatu masalah dengan baik.

2. Guru kesulitan dalam membimbing siswa merumuskan suatu konjektur (dugaan) dari data yang ada.

Contoh : Setiap siswa mempunyai kemampuan yang berbeda-beda oleh karena itu pada saat guru membimbing siswa untuk merumuskan suatu konjektur dari data yang ada mengalami kesulitan, siswa ada yang cepat tanggap dan ada pula yang lambat.

### 2.3. Kemampuan Komunikasi Matematika

Komunikasi (secara konseptual) yaitu memberitahukan dan menyebarkan berita, pengetahuan, pikiran-pikiran dan nilai-nilai dengan maksud untuk menggugah partisipasi agar hal-hal yang diberitahukan menjadi milik bersama. Secara umum komunikasi mengandung pengertian memberikan informasi, pesan, gagasan, ide, pikiran, perasaan kepada orang lain dengan maksud agar orang lain berpartisipasi, yang pada akhirnya informasi, pesan, gagasan, ide, pikiran, perasaan tersebut menjadi milik bersama antara komunikator (sumber) dan komunikan (penerima).<sup>20</sup>

---

<sup>19</sup>Shadiq, F. *Penalaran, Pemecahan Masalah dan Komunikasi. Pelatihan Instruktur/Pengembang Matematika SMA* (Yogyakarta: Depdiknas, PPPG Matematika, 2006)

<sup>20</sup>Soeharto, K. *Komunikasi Pembelajaran* (Surabaya: SIC, 1995), hlm. 11

Komunikasi adalah suatu proses penyampaian pesan oleh sumber melalui saluran-saluran tertentu kepada penerima atau “receiver”.<sup>21</sup> Dalam setiap peristiwa komunikasi terkandung sejumlah unsur diantaranya pesan yang disampaikan, pihak-pihak yang terlibat dalam peristiwa komunikasi tersebut, serta cara penyampaian pesan serta teknologi yang dijadikan sarana. Pesan dapat berbentuk lisan maupun tulisan, bersifat verbal maupun non verbal, dalam arti bahwa simbol-simbol yang disepakati tidak diucapkan tetapi disampaikan melalui cara/alat selain kata-kata dan mempunyai makna yang dipahami oleh keduanya. Untuk mencapai interaksi dalam pembelajaran perlu adanya komunikasi yang jelas antara guru dengan siswa. Sering dijumpai kegagalan pembelajaran disebabkan lemahnya komunikasi antara guru dan siswa. Jika para siswa hanya pasif dalam pembelajaran akan mengakibatkan guru tidak dapat mengetahui tingkat kesukaran yang dihadapi masing-masing peserta didik. Untuk itulah guru perlu mengembangkan pola komunikasi yang efektif dalam proses pembelajaran.

Komunikasi dalam pembelajaran dapat diartikan sebagai suatu peristiwa saling dialog yang terjadi dalam suatu lingkungan kelas dimana terjadi pengalihan pesan dan makna budaya.<sup>22</sup> Pihak yang terlibat dalam komunikasi di kelas adalah guru dan siswa. Komunikasi matematika adalah proses menyatakan dan menafsirkan gagasan matematika secara lisan, evaluasi, atau mendemonstrasikannya.<sup>23</sup>

Indikator kemampuan komunikasi matematika adalah sebagai berikut :

- a. Menghubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika.  
Contohnya adalah peserta didik mampu memecahkan masalah matematika yang sedang dihadapi melalui benda nyata yang terdapat disekitarnya dan kaitannya dengan materi yang sedang dipelajari.
- b. Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan, dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar.  
Contohnya adalah peserta didik dapat mengingat kembali pengalaman yang pernah dialaminya untuk memecahkan permasalahan matematika yang sedang dihadapi dengan menggunakan gambar.
- c. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa/simbol matematika.  
Contohnya adalah peserta didik dapat membuat soal cerita dengan kalimat yang baik tentang kaitannya antara materi yang sedang dipelajari dengan peristiwa di sekitarnya.
- d. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika.  
Contohnya adalah peserta didik dapat menuliskan kembali dengan benar kesimpulan dari materi yang telah dipelajari dengan menggunakan bahasa mereka sendiri.

---

<sup>21</sup>Suparno, S *Membangun Kompetensi Belajar*. (Jakarta : Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi. Departemen Pendidikan Nasional, 2001), hlm. 135

<sup>22</sup> Asikin, M. *Komunikasi Matematika dalam RME*. Disajikan dalam seminar nasional Realistic Mathematics Education (RME) 14-15 November 2001. ( Yogyakarta: Universitas Sanata Darma, 2001), hlm. 1

<sup>23</sup> Tim PPPG Matematika Yogyakarta. *Materi Pembinaan Matematika SMP di Daerah*. Yogyakarta : Depdiknas., 2005), hlm. 58

- e. Membaca presentasi matematika evaluasi dan menyusun pertanyaan yang relevan.  
Contohnya adalah peserta didik dapat membuktikan permasalahan matematika tentang materi yang sedang dipelajari.
- f. Menyusun argumen, merumuskan definisi, dan generalisasi.  
Contohnya adalah peserta didik dapat memberikan contoh permasalahan matematika yang sedang terjadi di daerahnya dan berhubungan dengan materi yang telah dipelajari kemudian menuliskannya dalam bentuk soal cerita.<sup>24</sup>

Komunikasi dalam matematika dapat membantu mempertajam cara berpikir siswa dan mempertajam kemampuan siswa dalam melihat berbagai keterkaitan materi matematika dan dapat merefleksikan pemahaman matematika, dapat mengorganisasikan dan mengkonsolidasikan pemikiran matematika para siswa, untuk mengkonstruksi pengetahuan matematika, pengembangan pemecahan masalah, dan peningkatan penalaran, menumbuhkan rasa percaya diri, peningkatan ketrampilan sosial, serta menjadi alat yang sangat bermakna untuk membentuk komunitas matematika yang inklusif.

Menurut Baroody, ada lima aspek komunikasi. Kelima aspek itu adalah:

1. Representasi (*representating*) adalah: (a) bentuk baru sebagai hasil translasi dari suatu masalah, atau ide, (b) translasi suatu diagram atau model fisik ke dalam simbol atau kata-kata. Misalnya, representasi bentuk perkalian ke dalam beberapa model konkret, dan representasi suatu diagram ke dalam bentuk simbol atau kata-kata. Representasi dapat membantu anak menjelaskan konsep atau ide, dan memudahkan anak mendapatkan strategi pemecahan. Selain itu, penggunaan representasi dapat meningkatkan fleksibilitas dalam menjawab soal-soal matematik.
2. Mendengar (*listening*) merupakan aspek penting dalam suatu diskusi. Siswa tidak akan mampu berkomentar dengan baik apabila tidak mampu mengambil inti sari dari topik diskusi. Siswa sebaiknya mendengar dengan hati-hati manakala ada pertanyaan dan komentar dari temannya.
3. Membaca (*reading*) adalah aktivitas membaca teks secara aktif untuk mencari jawaban atas pertanyaan-pertanyaan yang telah disusun. Pembaca yang baik terlibat aktif dengan teks bacaan dengan cara: (a) membangun pengetahuan dalam pikiran mereka berdasarkan apa yang telah mereka ketahui, (b) menggunakan strategi untuk memahami teks bacaan dan mengorganisasikannya dalam bentuk visual berupa bagan, diagram, atau outline, (c) memonitor, merencanakan dan mengatur pembentukan makna, (d) membangun penafsiran atau pemahaman teks bacaan yang bermakna dalam memori jangka pendek, dan (e) menggunakan

---

<sup>24</sup> Sumarmo, 2003, 4

strategi dan pengetahuan yang sudah ada yang digali dalam memori jangka panjang.

4. Diskusi (*discussing*) merupakan sarana untuk mengungkapkan dan merefleksikan pikiran siswa. Beberapa kelebihan dari diskusi kelas, yaitu antara lain: (a) dapat mempercepat pemahaman materi pembelajaran dan kemahiran menggunakan strategi, (b) membantu siswa mengkonstruksi pemahaman matematik, (c) menginformasikan bahwa, para ahli matematika matematika biasanya tidak memecahkan masalah sendiri-sendiri, tetapi membangun ide bersama pakar lainnya dalam suatu tim, dan (d) membantu siswa menganalisis dan memecahkan masalah secara bijaksana.
5. Menulis (*writing*) adalah suatu kegiatan yang dilakukan dengan sadar untuk mengungkapkan dan merefleksikan pikiran. Menulis adalah alat yang bermanfaat dari berpikir karena melalui berpikir, siswa memperoleh pengalaman matematika sebagai suatu aktivitas yang kreatif.<sup>25</sup>

Kemampuan komunikasi akan menjadi penting ketika diskusi dilakukan antar siswa, dimana siswa diharapkan mampu menyatakan, menjelaskan, menggambarkan, mendengar, menanyakan dan bekerjasama sehingga dapat membawa siswa pada pemahaman yang mendalam tentang matematika. Para siswa diberikan kesempatan untuk bekerja dalam kelompok dalam mengumpulkan dan menyajikan data, hal tersebut menunjukkan kemajuan baik di saat mereka saling mendengarkan ide yang satu dan yang lain, mendiskusikannya bersama kemudian menyusun kesimpulan yang menjadi pendapat kelompoknya. Ternyata para siswa belajar sebagian besar dari berkomunikasi dan mengkonstruksi sendiri pengetahuan mereka.

#### **2.4. Peran Guru dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika di Kelas**

Penalaran dan komunikasi merupakan salah satu aspek penilaian utama dalam pembelajaran matematika. Untuk dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa dalam pelajaran matematika, guru berperan sebagai “filter” dan guru dapat memberikan tugas matematika dalam berbagai variasi. Aspek komunikasi dan penalaran hendaknya menjadi aspek penting dalam pembelajaran. Aspek komunikasi melatih siswa untuk dapat mengomunikasikan gagasannya, baik komunikasi lisan maupun komunikasi tulis matematika. Komunikasi adalah bagian yang esensial dari matematikadan pendidikan matematika. Hal ini merupakan cara untuk sharing (tukar pikiran) gagasan dan mengklarifikasi pemahaman.

Untuk menciptakan komunitas matematika dan mensupport pembelajaran agar efektif, guru harus proporsional dengan peran sebagai fasilitator, partisipan

---

<sup>25</sup>Baroody, A.J. *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 (Helping Children Think Mathematically)* (New York : Macmillan Publishing Company, 1993), hlm. 107

atau bahkan sebagai seorang sahabat di kelas. sehingga para siswa merasa bebas untuk mengekspresikan pemikirannya.

Jika siswa sudah bisa mengkomunikasikan idenya berarti kemampuan penalarannya sudah terbentuk. Untuk melihat indikator keberhasilan pada ranah penalaran dan komunikasi matematika, maka kegiatan penilaian memegang peranan yang sangat penting ini sejalan dengan tuntutan kurikulum 2004 (dalam Puji Iryanti), bahwa penilaian dalam kurikulum 2004 mempunyai kedudukan yang penting, dimana guru dituntut untuk melakukan variasi jeni-jenis penilaian agar siswa mampu dalam:

1. Pemahaman konsep. Dalam hal ini siswa mampu mendefenisikan konsep, mendefenisikan dan member contoh dan bukan contoh
2. Prosedur. Siswa mampu mengenali prosedur atau proses menghitung yang benar dan tidak benar.
3. Komunikasi. Siswa mampu menyatakan gagasan matematika secara lisan, tertulis atau mendemonstrasikan
4. Penalaran.. siswa mampu memberikan alasan induktif dan deduktif sederhana.
5. Pemecahan masalah. Siswa mampu memahami pemecahan masalah, memulih strategi penyelesaian dan menyelesaikan masalah.<sup>26</sup>

Salah satu jenis penilaian yang memenuhi tuntutan tersebut adalah penilaian kinerja atau penilaian unjuk kerja. Mungkin banyak guru yang belum terbiasa untuk melakukan jenis penilaian ini dikarenakan mereka tidak terbiasa untuk mendisain penilaian unjuk kerja padahal penilaian ini merupakan salah satu bentuk aspek professional guru. Semua bentuk penilain mempunyai lima komponen utama. Komponen-kompenen itu adalah instrument penilaian, tanggapan siswa, penafsiran terhadap tanggapan siswa, pemberian skor, pencatatan hasil yang diperoleh dan pelaporan.

### BAB III PENUTUP

Keterampilan matematika yang harus dimiliki dan dicapai oleh siswa diantaranya adalah penalaran dan komunikasi. Penalaran dan komunikasi sangat dekat dengan karakteristik matematika. Penalaran (*reasoning*) adalah suatu proses yang dilakukan untuk mencapai kesimpulan yang logis berdasarkan ilmu pengetahuan yang berkaitan dengan fakta ut serta berbagai sumber yang relevan. Kemampuan komunikasi matematis merupakan kesanggupan/kecakapan seorang siswa untuk dapat menyatakan dan menafsirkan gagasan matematika secara lisan, tertulis, atau mendemonstrasikan apa yang ada dalam soal matematika

Penalaran dan komunikasi merupakan salah satu aspek penilaian utama dalam pembelajaran matematika. Untuk dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa dalam pelajaran matematika, guru berperan sebagai “filter” dan guru dapat memberikan tugas matematika dalam berbagai

---

<sup>26</sup> Puji Iryanti. *Penilaian Untuk Kerja* (Yogyakarta : Departemen Pendidikan Nasional, 2004), hlm. 4

variasi. Jika siswa sudah bisa mengkomunikasikan idenya berarti kemampuan penalarannya sudah terbentuk.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Asep, Jihad. *Evaluasi Pembelajaran* (Jakarta: Multi Press, 2008)
- Asikin, M. *Komunikasi Matematika dalam RME*. Disajikan dalam seminar nasional Realistic Mathematics Education (RME) 14-15 November 2001. ( Yogyakarta: Universitas Sanata Darma, 2001)
- Baroody, A.J. *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8 (Helping Children Think Mathematically)* (New York : Macmillan Publishing Company, 1993)
- BSNP. *Model KTSP dan Model Silabus Mata Pelajaran SD/MI* (Jakarta: BP. Cipta Jara, 2006)
- Dahlan, J.A. *Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Matematik Siswa Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Melalui Pendekatan Pembelajaran Open-Ended*. Disertasi UPI Bandung : Tidak dipublikasikan, 2004)
- Depdiknas. *Panduan KTSP 2006* (Jakarta:BNSP, 2006)
- Depdiknas. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan* (Jakarta: Depdiknas, 2006)
- Depdiknas. *Kurikulum Berbasis Kompetensi* (Jakarta: Pusat Kurikulum Balitbang Depdiknas, 2002)
- Erman Suherman, dkk. *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: UPI, 2003),
- Erna Suwangsih. *Model Pembelajaran Matematika* (Bandung, UPI, 2006)
- Herman Hudojo. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: UM Press, 2005)
- Kusnandi.  
[http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR.\\_PEND.\\_MATEMATIKA/196903301993031-KUSNANDI/Penalaran\\_Matematika\\_SMP.pdf](http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/196903301993031-KUSNANDI/Penalaran_Matematika_SMP.pdf). diakses pada tanggal 30 Januari 2014, jam 08.00 WIB
- National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics* (Reston, VA: NCTM, 1989)

- Puji Iryanti. *Penilaian Untuk Kerja* (Yogyakarta : Departemen Pendidikan Nasional, 2004),
- Rustaman, N. *Kemampuan Klasifikasi Logis Anak (Studi Tentang Kemampuan Abstraksi dan Inferensi Anak Usia Sekolah Dasar pada Kelompok Bahasa Sunda)*. Disertasi PPS IKIP Bandung : Tidak dipublikasikan, 1990
- Shadiq, F. *Penalaran, Pemecahan Masalah dan Komunikasi. Pelatihan Instruktur/Pengembang Matematika SMA* (Yogyakarta: Depdiknas, PPPG Matematika, 2006)
- Slameto, *Belajar dan Faktor-Faktor Yang mempengaruhinya* (Jakarta : Rineka, 2003)
- Soeharto, K. *Komunikasi Pembelajaran* ( Surabaya: SIC, 1995)
- Sumarmo. *Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematika Siswa dikaitkan dengan Kemampuan Penalaran Logik Siswa dan Beberapa Unsur Proses Belajar Mengajar*. Disertasi pada PPs UPI: tidak diterbitkan, 1987.
- Suparno, S *Membangun Kompetensi Belajar*. (Jakarta : Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi. Departemen Pendidikan Nasional, 2001)
- Tim PPPG Matematika Yogyakarta. *Materi Pembinaan Matematika SMP di Daerah*. Yogyakarta : Depdiknas., 2005)
- Zainal Aqib. *Profesionalisme Guru dalam Pembelajaran* (Surabaya: Insan Cendikia, 2002)